# 京進プレ共通テスト　第１回数学ＩＡ　講評と分析

## ■講評と分析

| 問題番号 | 内容 | 配点 | 難易度 | 解答時間の目安 | 講評と分析 |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 〔1〕2 次関数<br>〔2〕数と式 | **30** | 〔1〕やや難<br>〔2〕やや易 | **20 分** | 〔1〕図形の面積に関する２次関数の問題。(1)誘導が丁寧であるため確実に得点したい。(2)複数の面積を比較するため計算は手際よく行う。(3)グラフの選択では定義域を忘れないように注意が必要。<br>〔2〕(1)小数の整数部分と小数部分をテーマにした基本問題。確実に解答したい。(2)誘導に従い次数を減らして計算すると時間短縮につながる。 |
| **2** | 〔1〕図形と計量<br>〔2〕データの分析 | **30** | 〔1〕やや難<br>〔2〕標準 | **20 分** | 〔1〕タワーの高さを題材にした問題。(1)三角比の表を用いて辺や角度の近似値を求める練習が必要。(2)(3)設問ごとに立式に必要な図形を抜き出し、正弦定理や余弦定理を適切に使う必要がある。<br>〔2〕表計算ソフトの入力表示に関する問題。見慣れない設定であるが、問われている内容は基本的なものが中心。(5)公式そのものが問われることもあるので知識事項の再点検をしておきたい。 |
| **3** | 場合の数と確率 | **20** | やや難 | **15 分** | カードの取り出すゲームの確率。独自のルールをしっかり理解して問題を解く必要がある。(3)A と B に有利不利の差がない場合、A と B の勝つ確率が等しいことを利用する。(4)条件付き確率の定義に従い、X および X∩Y となるカードの取り出し方を丁寧に数え上げる。(5)2 枚目のカードを取る場合と取らない場合においてゲームに勝つ確率をそれぞれ求め、確率の大小から最善の行動を選択する。 |
| **4** | 整数の性質 | **20** | 標準 | **15 分** | ｎ進法に関する問題。11 進数を 15 進法で表すといった記数法を変換する問題では、まずはそれぞれの数を 10 進数に変換してから考察する。(4)1 次不定方程式の一般解から具体的な解を書き出すことで、⓪が正しいと判断できる。 |
| **5** | 図形の性質 | **20** | やや難 | **15 分** | 会話形式を用いた平面図形に関する問題。会話自体がヒントになっているため、登場人物の発言をしっかり読み取る必要がある。接弦定理や方べきの定理といった公式をただ単に使うだけでなく、図形に関する総合的な知識を柔軟に使いこなせる発想力を鍛えたい。 |

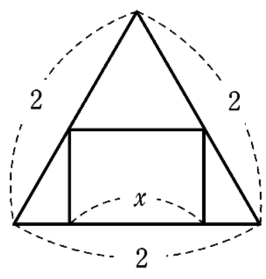
## ■学習アドバイス

| 得点 | 学習アドバイス |
|---|---|
| **81 点 ～ 100 点** | 共通テストの応用レベルにも対応できる高い水準の学力が身についています。今後は二次試験対策に重点を置き、数学の勉強してください。ただし共通テスト対策をおろそかにすることはできないため、定期的に共通テスト演習に取り組みましょう。計算力の向上や解答時間の短縮といった高みを目指して、つねに実戦感覚を磨いていきましょう。 |
| **61 点 ～ 80 点** | 共通テストの基本レベルに対応できています。今後は大問後半にあたる応用問題への対応力を鍛えていきましょう。解答解説を読み直し、なぜこのように解くのかといった本質的な部分について理解を深めてください。また理解度不足と思われる内容は傍用問題集に遡り、徹底的に弱点を補強しましょう。 |
| **31 点 ～ 60 点** | 公式の活用や基礎計算ができていますが、単元によって理解度にムラがあるようです。点数が取れなかった単元を中心に、基礎内容を徹底的に鍛えましょう。高校の傍用問題集やチャート・フォーカスゴールドといった網羅型の問題集を使い、テーマ別にひとつずつ理解を深めましょう。また公式などの知識事項に抜け漏れがないか再点検をしてください。 |
| **0 点 ～ 30 点** | 基礎内容にやや不安があり、途上段階にいます。数学Ⅰだけで配点は 60 点分あるため、まずは数学Ⅰ（数と式、2 次関数、図形と計量、データの分析）の学習から始めましょう。教科書や傍用問題集を用いて復習を行い、できることをひとつずつ増やしましょう。また積極的に先生やチューターに質問を行い、効率よく勉強を進めましょう。 |

## ■復習用問題　60 点以下の生徒は必ず次の問題を解きましょう。

### 第 1 問[1]　2 次関数：最大最小

図のように，1 辺の長さが 2 の正三角形に内接する長方形を考える.




(1)　正三角形の辺と重なる長方形の辺の長さを $x$ として，この長方形の面積 $y$ を，$x$ を用いて表せ.

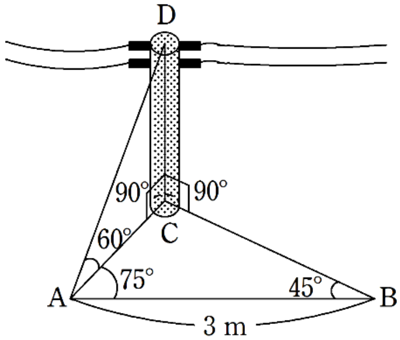
(2)　面積 $y$ の最大値を求めよ.

(3)　(1) で求めた $x$ の関数 $y$ のグラフをかけ.

### 第 1 問[2]　数と式：整数部分と小数部分

$\dfrac{1}{5-\sqrt{19}}$ の整数部分を $\alpha$ ，小数部分を $\beta$ とするとき，$\alpha-6\beta=\boxed{\phantom{00}}$ である。

**第２問[1]　図形と計量：空間図形の計量**




右の図のように電柱が平面 ABC に垂直に立っており，
$\angle DAC = 60^\circ$，$\angle CAB = 75^\circ$，$\angle ABC = 45^\circ$，
$\angle DCA = 90^\circ$，$\angle DCB = 90^\circ$，$AB = 3$ m　である。

(1)　$\angle ACB$ の大きさを求めよ。

(2)　AC の長さを求めよ。

(3)　電柱の高さ CD を求めよ。

**第２問[2]　データの分析：相関係数の計算**

変量 $x$ のデータの値が 3，9，1，7，5 であるとき，$x$ の分散は $^{ア}\boxed{\phantom{00}}$ である。また，

変量 $9-x$ と $x$ の相関係数は $^{イ}\boxed{\phantom{00}}$ である。

**第３問　場合の数と確率：条件付き確率**

白い球が 4 個，青い球が 6 個入った箱から，元に戻さずに球を取り出す。 1 個目が白

だったとき， 2 個目が青となる確率は $^{ア}\boxed{\phantom{00}}$， 2 個を続けて取り出して， 2 個目の色が

青だったとき， 1 個目が白である確率は $^{イ}\boxed{\phantom{00}}$ である。

**第４問　整数の性質：n 進法**

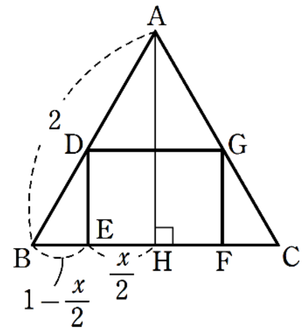
$21201_{(3)} + 623_{(7)}$ を計算し， 5 進数で答えよ。ただし，$_{(n)}$ は $n$ 進法で表された数を示しているものとする。

**第５問　図形の性質：方べきの定理**

点 O を中心とする半径 4 の円を $C$ とする。円 $C$ の外部の点 P を通る直線が円 $C$ と相異なる 2 つの点 A，B（弦 AB は円 $C$ の中心 O を通らないとする）で交わることとする。
$PA \cdot PB = 9$ となるとき，$|OP^2 - 16|$ の値を求めよ。

## ■復習用問題の解答

### 第１問[1]　２次関数：最大最小




(1)　右図のように，正三角形の頂点を A， B， C と定め，

長方形の頂点を D， E， F， G と定める．

また，頂点 A から辺 BC に垂線 AH を引く．

$\triangle$DBE と $\triangle$ABH において

$\angle$ABH は共通，$\angle \mathrm{BED}=\angle \mathrm{BHA}=90^\circ$

よって　$\triangle \mathrm{DBE} \backsim \triangle \mathrm{ABH}$

ゆえに　$\dfrac{\mathrm{DE}}{\mathrm{AH}}=\dfrac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BH}}$

よって　$\dfrac{\mathrm{DE}}{\sqrt{3}}=1-\dfrac{x}{2}$　　ゆえに　$\mathrm{DE}=\sqrt{3}\left(1-\dfrac{x}{2}\right)$

ゆえに　$y=\mathrm{DE}\cdot\mathrm{EF}=\sqrt{3}\left(1-\dfrac{x}{2}\right)x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}x^2+\sqrt{3}\,x$

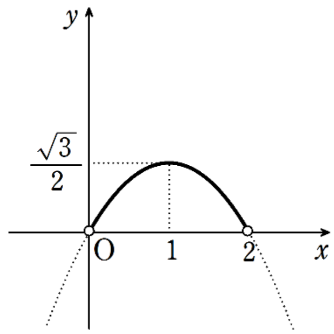
ただし，題意から　$0<x<2$

(2)　(1) の結果から

$$y=-\frac{\sqrt{3}}{2}(x^2-2x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}(x-1)^2+\frac{\sqrt{3}}{2}\quad(0<x<2)$$

よって，$x=1$ のとき $y$ は最大値 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ をとる．

(3)　右図．




### 第１問[2]　数と式：整数部分と小数部分

$$\frac{1}{5-\sqrt{19}}=\frac{5+\sqrt{19}}{(5-\sqrt{19})(5+\sqrt{19})}=\frac{5+\sqrt{19}}{6}$$

$4<\sqrt{19}<5$ から　$\dfrac{5+4}{6}<\dfrac{5+\sqrt{19}}{6}<\dfrac{5+5}{6}$

ゆえに　$1<\dfrac{3}{2}<\dfrac{5+\sqrt{19}}{6}<\dfrac{5}{3}<2$

よって　$\alpha=1$，$\beta=\dfrac{5+\sqrt{19}}{6}-\alpha=\dfrac{\sqrt{19}-1}{6}$

したがって　$\alpha-6\beta=1-6\cdot\dfrac{\sqrt{19}-1}{6}=2-\sqrt{19}$

**第２問[１]** **図形と計量：空間図形の計量**

(1)　$\angle ACB = 180° - (\angle CAB + \angle ABC) = 180° - (75° + 45°) = 60°$

(2)　$\triangle ABC$ において，正弦定理を用いると

$$\frac{AB}{\sin\angle ACB} = \frac{AC}{\sin\angle ABC}$$

よって　$AC = \dfrac{AB\sin\angle ABC}{\sin\angle ACB} = \dfrac{3\sin 45°}{\sin 60°} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2} \div \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}$　(m)

(3)　$\triangle ACD$ において

$$CD = AC\tan\angle DAC = \sqrt{6}\tan 60° = \sqrt{6} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{2}\ \ (\mathrm{m})$$

**第２問[２]** **データの分析：相関係数の計算**

$x$ の平均値 $\overline{x}$ は　$\overline{x} = \dfrac{1}{5}(3+9+1+7+5) = \dfrac{1}{5}\cdot 25 = 5$

よって，各データの偏差は　$-2$，$4$，$-4$，$2$，$0$

ゆえに，$x$ の分散は　$\dfrac{1}{5}\{(-2)^2+4^2+(-4)^2+2^2+0^2\} = \dfrac{1}{5}\cdot 40 = {}^{ア}8$

$y=9-x$ とすると，$y$ の平均値 $\overline{y}$ は　$\overline{y} = 9 - \overline{x} = 9 - 5 = 4$

よって，$x$ と $y=9-x$ の相関係数は　$\dfrac{-40}{\sqrt{40}\sqrt{40}} = {}^{イ}-1$

| | $x$ | $y$ | $x-\overline{x}$ | $y-\overline{y}$ | $(x-\overline{x})^2$ | $(y-\overline{y})^2$ | $(x-\overline{x})(y-\overline{y})$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 6 | $-2$ | 2 | 4 | 4 | $-4$ |
| 2 | 9 | 0 | 4 | $-4$ | 16 | 16 | $-16$ |
| 3 | 1 | 8 | $-4$ | 4 | 16 | 16 | $-16$ |
| 4 | 7 | 2 | 2 | $-2$ | 4 | 4 | $-4$ |
| 5 | 5 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 計 | 25 | 20 | | | 40 | 40 | $-40$ |

## 第３問　場合の数と確率：条件付き確率

1 個目が白である事象を $A$， 2 個目が青である事象を $B$ とする。

1 個目が白だったとき，箱の中には白い球が 3 個，青い球が 6 個入っているから， 2 個目が青となる確率は　　$P_A(B)=\dfrac{6}{9}={}^{ア}\dfrac{2}{3}$

また　　$P(A\cap B)=\dfrac{4}{10}\times\dfrac{6}{9}=\dfrac{4}{15}$

$$P(\overline{A}\cap B)=\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}=\frac{5}{15}$$

$$P(B)=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)$$

$$=\frac{4}{15}+\frac{5}{15}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$$

よって， 2 個目の色が青だったとき， 1 個目が白である確率は

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{4}{15}\div\frac{3}{5}={}^{イ}\frac{4}{9}$$

## 第４問　整数の性質：ｎ進法

$21201_{(3)}$，$623_{(7)}$ をそれぞれ 10 進法で表すと

$$21201_{(3)}=2\cdot3^4+1\cdot3^3+2\cdot3^2+0\cdot3^1+1\cdot3^0=208$$

$$623_{(7)}=6\cdot7^2+2\cdot7^1+3\cdot7^0=311$$

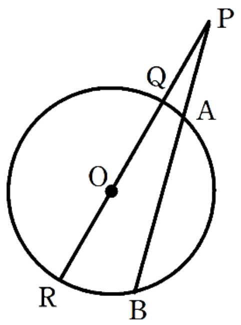
よって　　$21201_{(3)}+623_{(7)}=519$

ゆえに， 519 を 5 進法で表すと，右の計算から　　$4034_{(5)}$

$$\begin{array}{r|rl} 5 & 519 & 余り \\ 5 & 103 & \cdots 4 \\ 5 & 20 & \cdots 3 \\ 5 & 4 & \cdots 0 \\ & 0 & \cdots 4 \end{array}$$

## 第５問　図形の性質：方べきの定理

直線 OP と円 $C$ との交点を， P に近い方からそれぞれ Q ， R とする。




方べきの定理により　　$\mathrm{PQ}\cdot\mathrm{PR}=\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}$

ここで，条件から　　$\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}=9$

また　　$\mathrm{PQ}=\mathrm{OP}-\mathrm{OQ}=\mathrm{OP}-4$

$$\mathrm{PR}=\mathrm{OP}+\mathrm{OR}=\mathrm{OP}+4$$

よって　　$(\mathrm{OP}-4)(\mathrm{OP}+4)=9$

すなわち　　$\mathrm{OP}^2-16=9$

したがって　$|\mathrm{OP}^2-16|=9$